Kvantový tunelový jev

COW & MP Kruh 2014

Tomáš Kalvoda
KAM FIT ČVUT
tomas.kalvoda@fit.cvut.cz

19. května 2014

Přehled

- Budeme se zabývat částicí pohybující se na přímce z pohledu klasické i kvantové mechaniky (navážeme na přednášku **M.T.**).

Přehled

- Budeme se zabývat částicí pohybující se na přímce z pohledu klasické i kvantové mechaniky (navážeme na přednášku **M.T.**).

- Ukážeme si, jak ke klasickému systému sestrojit jeho kvantový analog pomocí tzv. **kvantování**.

Přehled

- Budeme se zabývat částicí pohybující se na přímce z pohledu klasické i kvantové mechaniky (navážeme na přednášku **M.T.**).
- Ukážeme si, jak ke klasickému systému sestrojit jeho kvantový analog pomocí tzv. **kvantování**.
- Podrobněji se budeme zabývat **tunelovým jevem**, neboli průchodem potenciálovou bariériu (na přednášku bude volně navazovat **D.V.**).

Připomenutí pojmů z klasické mechaniky

Výchozím bodem pro nás je Hamiltonovská formulace mechaniky.

Připomenutí pojmů z klasické mechaniky

Výchozím bodem pro nás je Hamiltonovská formulace mechaniky.

Stav bodové částice hmotnosti m pohybující se po přímce je popsán její polohou $x \in \mathbb{R}$ a hybností $p \in \mathbb{R}$.

Připomenutí pojmů z klasické mechaniky

Výchozím bodem pro nás je Hamiltonovská formulace mechaniky.

Stav bodové částice hmotnosti m pohybující se po přímce je popsán její polohou $x \in \mathbb{R}$ a hybností $p \in \mathbb{R}$.

Pohybuje-li se částice v potenciálu $V(x)$ pak je její dynamika popsána Hamiltonovými rovnicemi

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x},$$

kde

$$H(x,p) = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

je **Hamiltonova funkce**.

Stav kvantového systému: vlnová funkce

Stav kvantové částice pohybující se po přímce je popsán měřitelnou kvadraticky integrabilní funkcí $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, tedy prvkem **Hilbertova prostoru**

$$\mathscr{H} = L^2(\mathbb{R}, \, \mathrm{d}x) \, .$$

Stav kvantového systému: vlnová funkce

Stav kvantové částice pohybující se po přímce je popsán měřitelnou kvadraticky integrabilní funkcí $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, tedy prvkem **Hilbertova prostoru**

$$\mathscr{H} = L^2(\mathbb{R}, \mathrm{d}x)\,.$$

Při normalizaci

$$\|\psi\|^2 = \int_{\mathbb{R}} |\psi|^2 \, \mathrm{d}x = 1$$

udává $|\psi(x)|^2$ **hustotu pravděpodobnosti** nalezení částice v bodě o souřadnici x.

Stav kvantového systému: vlnová funkce

Stav kvantové částice pohybující se po přímce je popsán měřitelnou kvadraticky integrabilní funkcí $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, tedy prvkem **Hilbertova prostoru**

$$\mathscr{H} = L^2(\mathbb{R}, \mathrm{d}x)\,.$$

Při normalizaci

$$\|\psi\|^2 = \int_{\mathbb{R}} |\psi|^2 \,\mathrm{d}x = 1$$

udává $|\psi(x)|^2$ **hustotu pravděpodobnosti** nalezení částice v bodě o souřadnici x.

Připomeňme, že skalární součin v prostoru $\mathscr{H}$ je dán jako

$$\langle \psi, \varphi \rangle = \int_{\mathbb{R}} \overline{\psi} \varphi \,\mathrm{d}x\,.$$

Princip korespondence

Klasický systém popsaný dříve **kvantujeme** následovně.

Princip korespondence

Klasický systém popsaný dříve **kvantujeme** následovně.

Formální záměnou hybnosti p a polohy q za operátory hybnosti P a polohy Q,

$$p \mapsto P = -i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}, \quad q \mapsto Q = x\cdot,$$

v předpisu pro Hamiltonovu funkci získáme formální předpis pro **Hamiltonův operátor**

$$H = \frac{1}{2m} P^2 + V(Q) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + V(x).$$

Definiční obory: P, Q

Přirozeným definičním oborem pro **operátor polohy** působící dle předpisu

$$(Q\psi)(x) = x\psi(x)\,,$$

je hustý podprostor

$$D(Q) = \{\psi \in \mathscr{H} \mid x\psi \in \mathscr{H}\}\,.$$

Definiční obory: P, Q

Přirozeným definičním oborem pro **operátor polohy** působící dle předpisu

$$(Q\psi)(x) = x\psi(x)\,,$$

je hustý podprostor

$$D(Q) = \{\psi \in \mathscr{H} \mid x\psi \in \mathscr{H}\}\,.$$

Jako definiční obor pro **operátor hybnosti** volíme

$$D(P) = \{\psi \in \mathscr{H} \mid \psi \in AC(\mathbb{R}),\, \psi' \in \mathscr{H}\}\,,$$

tedy **absolutně spojité** funkce patřící do $L^2(\mathbb{R})$ i se svou derivací.

Absolutní spojitost

Buď $I \subset \mathbb{R}$ interval a $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$.

Funkci f nazveme **absolutně spojitou** na intervalu I, právě když pro každé $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ takové, že pro každý disjunktní konečný systém intervalů $(x_k, y_k) \subset I$, $k = 1, \ldots, n$, splňující

$$\sum_{k=1}^{n} (y_k - x_k) < \delta \,,$$

platí

$$\sum_{k=1}^{n} \Big| f(y_k) - f(x_k) \Big| < \varepsilon \,.$$

Absolutní spojitost

Buď $I \subset \mathbb{R}$ interval a $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$.

Funkci f nazveme **absolutně spojitou** na intervalu I, právě když pro každé $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ takové, že pro každý disjunktní konečný systém intervalů $(x_k, y_k) \subset I$, $k = 1, \ldots, n$, splňující

$$\sum_{k=1}^{n} (y_k - x_k) < \delta \,,$$

platí

$$\sum_{k=1}^{n} \Big| f(y_k) - f(x_k) \Big| < \varepsilon \,.$$

Funkci f nazýváme **absolutně spojitou na $\mathbb{R}$**, právě když je absolutně spojitá na každém intervalu. Množinu všech takových funkcí označujeme $AC(\mathbb{R})$.

Absolutní spojitost

Ekvivalentně lze absolutní spojitost charakterizovat následovně:

Absolutní spojitost

Ekvivalentně lze absolutní spojitost charakterizovat následovně:

Věta

Funkce $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ je absolutně spojitá na uzavřeném intervalu $I = [a, b]$, právě když její derivace f' existuje skoro všude na I, je Lebesgueovsky integrabilní a platí rovnost

$$f(x) = f(a) + \int_a^x f'(t)\,\mathrm{d}t\,,$$

pro každé $x \in [a, b]$.

Samosdruženost P a Q

Poznamenejme na tomto místě, že operátory P i Q zavedené dříve jsou **samosdružené**, platí

$$P = P^* \quad \text{a} \quad Q = Q^*\,,$$

kde * označuje sdružený operátor.

Samosdruženost P a Q

Poznamenejme na tomto místě, že operátory P i Q zavedené dříve jsou **samosdružené**, platí

$$P = P^* \quad \text{a} \quad Q = Q^* \,,$$

kde * označuje sdružený operátor.

Například, $\psi \in \mathscr{H}$ patří do $D(Q^*)$, právě když existuje $\psi^* \in \mathscr{H}$ splňující

$$\langle \psi, Q\varphi \rangle = \langle \psi^*, \varphi \rangle$$

pro každé $\varphi \in D(Q)$. Pro takovéto $\psi \in D(Q)$ pak klademe $Q^*\psi = \psi^*$.

Samosdruženost P a Q

Poznamenejme na tomto místě, že operátory P i Q zavedené dříve jsou **samosdružené**, platí

$$P = P^* \quad \text{a} \quad Q = Q^*\,,$$

kde * označuje sdružený operátor.

Například, $\psi \in \mathscr{H}$ patří do $D(Q^*)$, právě když existuje $\psi^* \in \mathscr{H}$ splňující

$$\langle \psi, Q\varphi \rangle = \langle \psi^*, \varphi \rangle$$

pro každé $\varphi \in D(Q)$. Pro takovéto $\psi \in D(Q)$ pak klademe $Q^*\psi = \psi^*$.

Spektra samosdružených operátorů jsou podmnožiny reálných čísel.

Zobecněné vlastní funkce operátoru P

Pokusme se najít vlastní čísla a vlastní vektory **operátoru hybnosti**.

Zobecněné vlastní funkce operátoru P

Pokusme se najít vlastní čísla a vlastní vektory **operátoru hybnosti**.
Řešíme úlohu

$$P\psi = p\psi\,, \quad \psi \in D(P)\,.$$

kde $p \in \mathbb{R}$. Požadujeme tedy

$$-i\hbar\psi' = p\psi$$

Zobecněné vlastní funkce operátoru P

Pokusme se najít vlastní čísla a vlastní vektory **operátoru hybnosti**.
Řešíme úlohu

$$P\psi = p\psi\,, \quad \psi \in D(P)\,.$$

kde $p \in \mathbb{R}$. Požadujeme tedy

$$-i\hbar\psi' = p\psi \quad \Rightarrow \quad \psi(x) = C\, e^{ipx/\hbar}\,.$$

Zobecněné vlastní funkce operátoru P

Pokusme se najít vlastní čísla a vlastní vektory **operátoru hybnosti**.
Řešíme úlohu

$$P\psi = p\psi\,, \quad \psi \in D(P)\,.$$

kde $p \in \mathbb{R}$. Požadujeme tedy

$$-i\hbar\psi' = p\psi \quad \Rightarrow \quad \psi(x) = C\, e^{ipx/\hbar}\,.$$

Tato funkce je sice hladká (a tedy i absolutně spojitá), ale patří do $\mathscr{H}$ pouze pokud $C = 0$.

Zobecněné vlastní funkce operátoru P

Pokusme se najít vlastní čísla a vlastní vektory **operátoru hybnosti**.
Řešíme úlohu

$$P\psi = p\psi\,, \quad \psi \in D(P)\,.$$

kde $p \in \mathbb{R}$. Požadujeme tedy

$$-i\hbar\psi' = p\psi \quad \Rightarrow \quad \psi(x) = C\, e^{ipx/\hbar}\,.$$

Tato funkce je sice hladká (a tedy i absolutně spojitá), ale patří do $\mathscr{H}$ pouze pokud $C = 0$.
Na druhou stranu, pro každé $\varphi \in C_0^\infty(\mathbb{R}) \subset D(P)$ platí

$$\int_{\mathbb{R}} \overline{\psi}\,(-i\hbar\varphi')\,\mathrm{d}x = \int_{\mathbb{R}} \overline{\psi}\,p\varphi\,\mathrm{d}x\,.$$

Weylovo kritérium

Buď T samosdružený operátor na Hilbertově prostoru $\mathscr{H}$.
Reálné číslo λ patří do spektra operátoru T, právě když existuje posloupnost $\{\psi_n\}_{n=1}^{\infty}$ jednotkových vektorů z $D(T)$ splňující

$$\lim_{n\to\infty} \| T\psi_n - \lambda\psi_n \| = 0 \, .$$

Operátor P

Pro naše P lze volit

$$\psi_n(x) = c_n e^{-x^2/n} e^{ipx/\hbar} \,,$$

kde c_n je normalizační konstanta. Nyní očividně $\psi_n \in D(P)$ a po přímočarém výpočtu získáme

$$\left\| P\psi_n - p\psi_n \right\| = \frac{1}{n} \to 0 \,, \quad n \to \infty.$$

Operátor P

Pro naše P lze volit

$$\psi_n(x) = c_n e^{-x^2/n} e^{ipx/\hbar} \,,$$

kde c_n je normalizační konstanta. Nyní očividně $\psi_n \in D(P)$ a po přímočarém výpočtu získáme

$$\left\| P\psi_n - p\psi_n \right\| = \frac{1}{n} \to 0 \,, \quad n \to \infty.$$

Spektrum operátoru P je proto tvořeno celou **reálnou osou**,

$$\sigma(P) = \mathbb{R} \,.$$

Operátor P

Pro naše P lze volit

$$\psi_n(x) = c_n e^{-x^2/n} e^{ipx/\hbar},$$

kde c_n je normalizační konstanta. Nyní očividně $\psi_n \in D(P)$ a po přímočarém výpočtu získáme

$$\left\| P\psi_n - p\psi_n \right\| = \frac{1}{n} \to 0\,, \quad n \to \infty.$$

Spektrum operátoru P je proto tvořeno celou **reálnou osou**,

$$\sigma(P) = \mathbb{R}\,.$$

Podobně tomu je i pro operátor polohy, tedy $\sigma(Q) = \mathbb{R}$.

Model pro studium tunelového jevu

Potenciál V uvažujeme tvaru

$$V(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < L, \\ 0, & \text{jinak}, \end{cases}$$

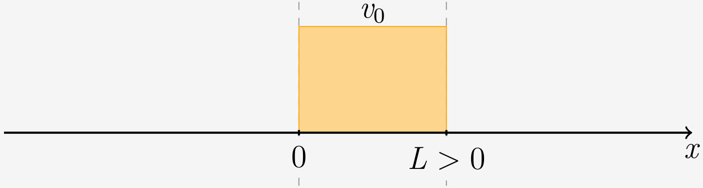
kde $v_0 \neq 0$, $L > 0$ jsou zadané konstanty.

Model pro studium tunelového jevu

Potenciál V uvažujeme tvaru

$$V(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < L, \\ 0, & \text{jinak}, \end{cases}$$

kde $v_0 \neq 0$, $L > 0$ jsou zadané konstanty.

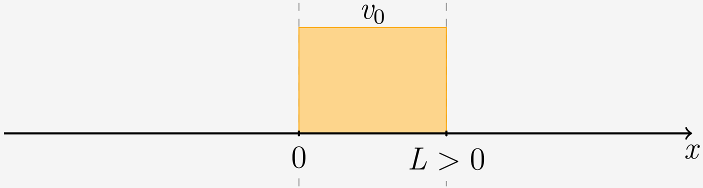


Model pro studium tunelového jevu

Potenciál V uvažujeme tvaru

$$V(x) = \begin{cases} v_0, & 0 < x < L, \\ 0, & \text{jinak}, \end{cases}$$

kde $v_0 \neq 0$, $L > 0$ jsou zadané konstanty.



Pokud

- $v_0 > 0$, mluvíme o potenciálové **barieře**,
- $v_0 < 0$, mluvíme o potenciálové **jámě**.

Klasický pohled

Bodové částice se v oblastech konstantního potenciálu pohybují rovnoměrně přímočaře.

Klasický pohled

Bodové částice se v oblastech konstantního potenciálu pohybují rovnoměrně přímočaře.

Nechť částice nalétávají zleva z $-\infty$ s energií $E > 0$. Pokud

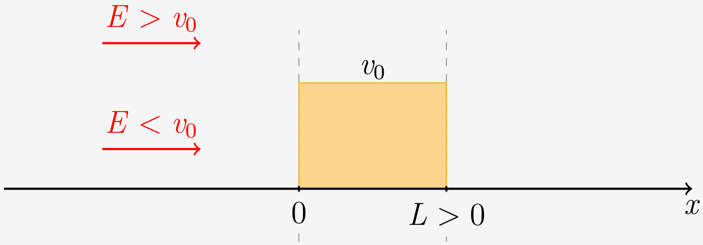
- $E > v_0$ pak částice **vždy** projde a pokračuje do $+\infty$.
- $E < v_0$ pak nemůže **nikdy** projít.

Klasický pohled

Bodové částice se v oblastech konstantního potenciálu pohybují rovnoměrně přímočaře.

Nechť částice nalétávají zleva z $-\infty$ s energií $E > 0$. Pokud

- $E > v_0$ pak částice **vždy** projde a pokračuje do $+\infty$.
- $E < v_0$ pak nemůže **nikdy** projít.



Definiční obory: H

Připomeňme, že pro **Hamiltonův operátor** H jsme získali formální předpis

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\,.$$

Definiční obory: H

Připomeňme, že pro **Hamiltonův operátor** H jsme získali formální předpis

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\,.$$

H je samosdružený operátor.

Definiční obory: H

Připomeňme, že pro **Hamiltonův operátor** H jsme získali formální předpis

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\,.$$

H je samosdružený operátor.
Jako definiční obor volíme

$$D(H) = \{\psi \in \mathscr{H} \mid \psi, \psi' \in AC(\mathbb{R}),\ \psi'' \in \mathscr{H}\}\,.$$

Všimněme si, že pro $\psi \in D(H)$ má pak výraz

$$(H\psi)(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) + V(x)\psi(x)$$

dobrý smysl jakožto prvek $\mathscr{H}$.

Bezčasová Schrödingerova rovnice. . .

. . . je rovnice pro vlastní čísla a vektory Hamiltoniánu

$$H\psi = E\psi\,, \quad \psi \in D(H)\,.$$

Tj.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Bezčasová Schrödingerova rovnice. . .

. . . je rovnice pro vlastní čísla a vektory Hamiltoniánu

$$H\psi = E\psi\,, \quad \psi \in D(H)\,.$$

Tj.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Rozlišujeme dva typy řešení předchozí rovnice.

- **Vázaný stav**: $\psi \in D(H) \subset \mathscr{H}$, popisuje lokalizovanou částici.

Bezčasová Schrödingerova rovnice. . .

. . . je rovnice pro vlastní čísla a vektory Hamiltoniánu

$$H\psi = E\psi \,, \quad \psi \in D(H) \,.$$

Tj.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi \,.$$

Rozlišujeme dva typy řešení předchozí rovnice.

- **Vázaný stav**: $\psi \in D(H) \subset \mathscr{H}$, popisuje lokalizovanou částici.
- **Rozptylový stav**: $\psi \notin D(H)$, nesplňuje požadavek $\psi \in \mathscr{H}$.

Bezčasová Schrödingerova rovnice. . .

. . . je rovnice pro vlastní čísla a vektory Hamiltoniánu

$$H\psi = E\psi\,, \quad \psi \in D(H)\,.$$

Tj.

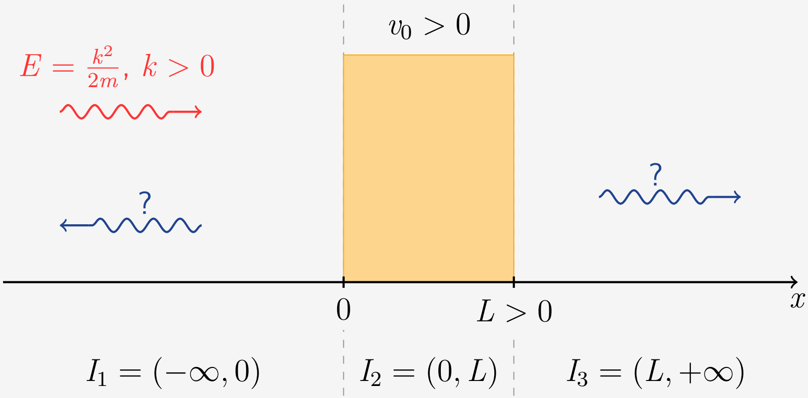
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Rozlišujeme dva typy řešení předchozí rovnice.

- **Vázaný stav**: $\psi \in D(H) \subset \mathscr{H}$, popisuje lokalizovanou částici.
- **Rozptylový stav**: $\psi \notin D(H)$, nesplňuje požadavek $\psi \in \mathscr{H}$.

Ve zbytku této prezentace položíme $\hbar = 1$.

Popis zkoumané situace ($v_0 > 0$)



Bezčasová Schrödingerova rovnice

Hledáme řešení rovnice

$$H\psi = E\psi\,, \quad \text{tedy} \; -\frac{1}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Bezčasová Schrödingerova rovnice

Hledáme řešení rovnice

$$H\psi = E\psi\,, \quad \text{tedy } -\frac{1}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Na intervalech I_i, $i = 1, 2, 3$, to znamená řešit

$$\begin{aligned} \psi''(x) &= -2mE\,\psi(x)\,, && x \in I_1 \cup I_3\,, \\ \psi''(x) &= -2m(E - v_0)\,\psi(x)\,, && x \in I_2\,. \end{aligned}$$

Bezčasová Schrödingerova rovnice

Hledáme řešení rovnice

$$H\psi = E\psi\,, \quad \text{tedy} \; -\frac{1}{2m}\psi'' + V(x)\psi = E\psi\,.$$

Na intervalech I_i, $i = 1, 2, 3$, to znamená řešit

$$\begin{aligned} \psi''(x) &= -2mE\,\psi(x)\,, && x \in I_1 \cup I_3\,,\\ \psi''(x) &= -2m(E - v_0)\,\psi(x)\,, && x \in I_2\,. \end{aligned}$$

Rozlišíme dva zajímavé případy:

- $0 < v_0 < E$,
- $0 < E < v_0$.

Případ $E > v_0 > 0$

Obecné řešení $\psi_i''(x) = -2mE\psi_i(x)$, $x \in I_i,\ i = 1, 3$, je tvaru

$$\psi_i(x) = c_{i+}e^{ikx} + c_{i-}e^{-ikx}\,,$$

kde $k = \sqrt{2mE}$.

Případ $E > v_0 > 0$

Obecné řešení $\psi_i''(x) = -2mE\psi_i(x)$, $x \in I_i,\ i = 1, 3$, je tvaru

$$\psi_i(x) = c_{i+}\, e^{ikx} + c_{i-}\, e^{-ikx}\,,$$

kde $k = \sqrt{2mE}$.

Obecné řešení $\psi_2''(x) = -2m(E - v_0)\psi_2(x)$, $x \in I_2$, je tvaru

$$\psi_2(x) = c_{2+}\, e^{i\kappa x} + c_{2-}\, e^{-i\kappa x}\,,$$

kde $\kappa = \sqrt{2m(E - v_0)}$.

Případ $E > v_0 > 0$

Jedinou možností jak docílit příslušnosti do L^2 je volit nulové řešení na neomezených intervalech I_1 a I_2!

Případ $E > v_0 > 0$

Jedinou možností jak docílit příslušnosti do L^2 je volit nulové řešení na neomezených intervalech I_1 a I_2!

Abychom splnili aspoň požadavek $\psi, \psi' \in AC(\mathbb{R})$ požadujeme

$$\psi_1(0) = \psi_2(0)\,, \qquad \psi_2(L) = \psi_3(L)\,,$$
$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0)\,, \qquad \psi_2'(L) = \psi_3'(L)\,.$$

Případ $E > v_0 > 0$

Jedinou možností jak docílit příslušnosti do L^2 je volit nulové řešení na neomezených intervalech I_1 a I_2!

Abychom splnili aspoň požadavek $\psi, \psi' \in AC(\mathbb{R})$ požadujeme

$$\psi_1(0) = \psi_2(0)\,, \qquad \psi_2(L) = \psi_3(L)\,,$$
$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0)\,, \qquad \psi_2'(L) = \psi_3'(L)\,.$$

Po dosazení dostáváme rovnice

$$\begin{aligned}
c_{1+} + c_{1-} &= c_{2+} + c_{2-}\,,\\
ikc_{1+} - ikc_{1-} &= i\kappa c_{2+} - i\kappa c_{2-}\,,\\
c_{2+}e^{i\kappa L} + c_{2-}e^{-i\kappa L} &= c_{3+}e^{ikL}\,,\\
i\kappa c_{2+}e^{i\kappa L} - i\kappa c_{2-}e^{-i\kappa L} &= i\kappa c_{3+}e^{i\kappa L}\,.
\end{aligned}$$

Výpočet koeficientů

Máme 4 lineární rovnice pro 5 neznámých. Hodnost matice soustavy je 4. Potřebujeme vyjádřit c_{1-} a c_{3+} pomocí c_{1+}.

Výpočet koeficientů

Máme 4 lineární rovnice pro 5 neznámých. Hodnost matice soustavy je 4. Potřebujeme vyjádřit c_{1-} a c_{3+} pomocí c_{1+}.

$$c_{1-} = (\kappa^2 - k^2)\frac{e^{i\kappa L} - e^{-i\kappa L}}{(\kappa + k)^2 e^{-i\kappa L} - (\kappa - k)^2 e^{i\kappa L}}\, c_{1+}\,,$$

$$c_{3+} = \frac{4\kappa k e^{-ikL}}{(\kappa + k)^2 e^{-i\kappa L} - (\kappa - k)^2 e^{i\kappa L}}\, c_{1+}\,.$$

Případ $v_0 > E > 0$

Tento případ se od předchozího liší pouze ve tvaru řešení na intervalu I_2.

Případ $v_0 > E > 0$

Tento případ se od předchozího liší pouze ve tvaru řešení na intervalu I_2.

Obecné řešení $\psi_2''(x) = 2m(v_0 - E)\psi_2(x)$, $x \in I_2$, je tvaru

$$\psi_2(x) = c_{2+}\, e^{\kappa x} + c_{2-}\, e^{-\kappa x}\,,$$

kde $\kappa = \sqrt{2m(v_0 - E)}$.

Případ $v_0 > E > 0$

Tento případ se od předchozího liší pouze ve tvaru řešení na intervalu I_2.

Obecné řešení $\psi_2''(x) = 2m(v_0 - E)\psi_2(x)$, $x \in I_2$, je tvaru

$$\psi_2(x) = c_{2+}e^{\kappa x} + c_{2-}e^{-\kappa x}\,,$$

kde $\kappa = \sqrt{2m(v_0 - E)}$.

Vztahy pro koeficienty c_{1-} a c_{3+} proto získáme záměnou $\kappa \mapsto -i\kappa$.

Koeficienty průchodu a odrazu

Koeficient $c_{1+} \neq 0$ u dopadající vlny udává intenzitu dopadajících částic přilétajících z $-\infty$. Označme koeficient **odrazu** a **průchodu**,

$$R = \left| \frac{c_{1-}}{c_{1+}} \right|^2 ,$$

$$T = \left| \frac{c_{3+}}{c_{1+}} \right|^2 .$$

Koeficienty průchodu a odrazu

Koeficient $c_{1+} \neq 0$ u dopadající vlny udává intenzitu dopadajících částic přilétajících z $-\infty$. Označme koeficient **odrazu** a **průchodu**,

$$R = \left| \frac{c_{1-}}{c_{1+}} \right|^2 ,$$

$$T = \left| \frac{c_{3+}}{c_{1+}} \right|^2 .$$

- R udává pravděpodobnost odrazu na bariéře (jámě),
- T udává pravděpodobnost průchodu bariérou (jámou).

Koeficienty průchodu a odrazu

Koeficient $c_{1+} \neq 0$ u dopadající vlny udává intenzitu dopadajících částic přilétajících z $-\infty$. Označme koeficient **odrazu** a **průchodu**,

$$R = \left| \frac{c_{1-}}{c_{1+}} \right|^2 ,$$

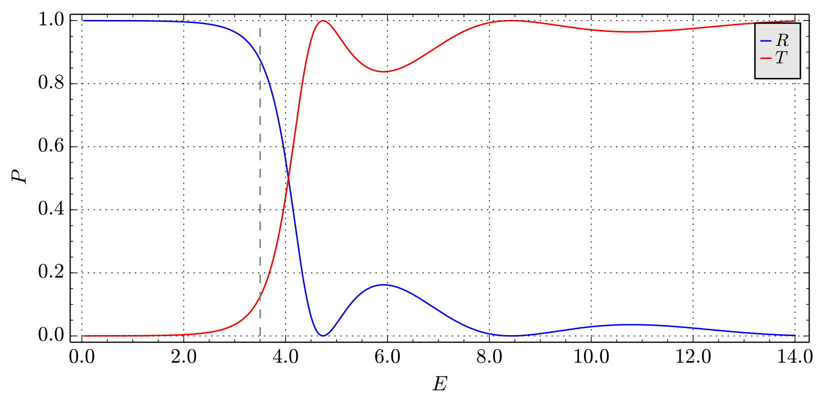
$$T = \left| \frac{c_{3+}}{c_{1+}} \right|^2 .$$

- R udává pravděpodobnost odrazu na bariéře (jámě),
- T udává pravděpodobnost průchodu bariérou (jámou).

Přímým výpočtem se lze přesvědčit o platnosti vztahu

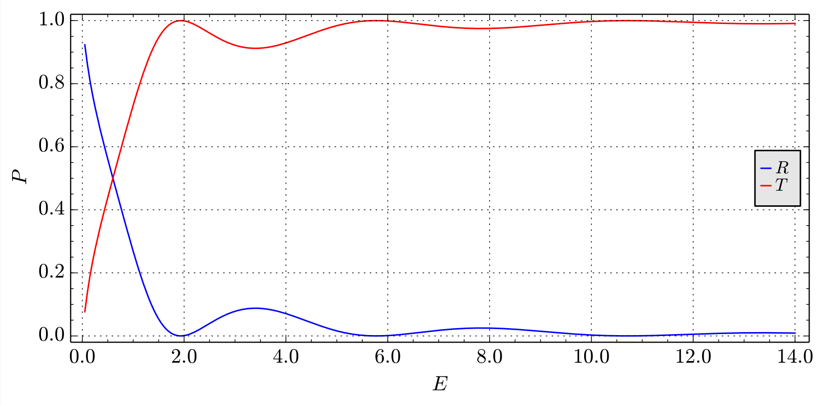
$$R + T = 1 .$$

Ilustrace



Parametry: $m = L = 1,\ v_0 = 3.5.$

Ilustrace



Parametry: $m = 1,\ L = 3,\ v_0 = -3$.

Shrnutí

- Zformulovali jsme princip korespondence pro částici pohybující se na přímce v potenciálu V.

Shrnutí

- Zformulovali jsme princip korespondence pro částici pohybující se na přímce v potenciálu V.

- Diskutovali jsme definiční obory operátorů polohy Q, hybnosti P a Hamiltoinán H.

Shrnutí

- Zformulovali jsme princip korespondence pro částici pohybující se na přímce v potenciálu V.

- Diskutovali jsme definiční obory operátorů polohy Q, hybnosti P a Hamiltoinán H.

- Odvodili jsme koeficienty rozptylu a průchodu pro pravoúhlou potenciálovou bariéru/jámu.