

# Metody algebry a funkcionální analýzy v aplikacích

Praha, Česká republika  
23.–24. 5. 2016

*Konstrukce realizací Lieových algeber*  
Daniel Gromada

**Abstrakt:** Realizace Lieových algeber hrají důležitou roli především v teorii diferenciálních rovnic. Pod tímto pojmem se má na mysli realizace struktury Lieovy algebry pomocí vektorových polí. Jednou z přirozených otázek je, jak najít všechny možné realizace příslušné dané Lieově algebře. V prezentaci popíšeme, jak klasifikace podalgeber Lieovy algebry souvisí s klasifikací jejich tzv. tranzitivních realizací. Ukážeme, jak lze tyto tranzitivní realizace snadno explicitně konstruovat a nakonec budeme diskutovat, jak z nich lze konstruovat realizace netranzitivní.

*Metamateriály: spektrálně-teoretický přístup*  
Filip Hložek

**Abstrakt:** Seznámíme se s metamateriály se záporným indexem lomu, jejich vývojem a možnými způsoby jejich využití. Největšímu zájmu se těší jev neviditelnosti, který tyto nezvyklé materiály nabízí. Existuje mnoho způsobů popisu tohoto efektu, my se zaměříme především na koncept anomálně lokalizované rezonance. Ukážeme, že k maskování nedochází na mezikruží ve třech a více dimenzích. Dále pomocí operátorové teorie zavedeme operátory "neviditelnosti" na obdélníku a mezikruží, které budou oba v podstatě samosdružené. Ukazuje se, že potom 0 leží v esenciálním spektru obou těchto operátorů.

*Numerické experimenty s kvantově mechanickými modely*  
Tomáš Kalvoda

**Abstrakt:** Cílem příspěvku je demonstrovat využití open-source nástrojů při zkoumání vlastností kvantově mechanických modelů. Konkrétně si ukážeme numerický výpočet základní energetické hladiny kvantové částice pohybující se na elipse pod vlivem dvou singulárních Aharonov-Bohmových toků lokalizovaných v ohniscích elipsy.

*On modelling self-organisation in real systems*

Václav Klika

**Abstrakt:** Self-organisation in nature is widely recognised and is extensively modelled. In some systems the spatial pattern is not self-orchestrated. On the other hand, Turing model of pattern formation is capable of breaking symmetry without pre-existing positional information. This mechanism has driven numerous experimental studies even in the context of developmental systems which suggest that Turing-like morphogen interactions and patterns can occur in such scenarios. However, a direct verification has remained elusive.

We start by introduction to the classical Turing instability. As the aim is to reveal mechanism behind the observed pattern in nature, robustness is required not only with respect to parameter sensitivity or the choice of initial or boundary conditions but also with respect to the model formulation itself. Only then are these models subjected to a detailed mathematical analysis. We illustrate the essence of these ideas on the reaction-diffusion-advection system, where we indicate that such a system should be preferred from both physical and mathematical viewpoint for self-organisation modelling. Particularly, we shall use the mixture theory within extended irreversible thermodynamics to reveal what evolution equations are relevant in real physical systems and can be considered as 'small perturbations' of reaction-diffusion equations and mathematically analyse the possibility of the emergence of pattern in RDA systems. Note that it is required to identify plausible extensions of the Turing concept of self-organisation into more general cases. Such extensions are not unambiguous but their discussion is beneficial even for understanding the standard Turing model of spatial self-organisation.

*Lieovská tělesa a jejich užití ke konstrukci reprezentací*

Jan Kotrbatý

**Abstrakt:** Představíme koncept Lieovského tělesa, jakožto rozšíření obalové algebry Lieovy algebry. Ukážeme, jak lze Lieovské těleso dále rozšířit přidáním jednoho či více centrálních elementů. Krátce se pak seznámíme s takzvanou Gelfand-Kirilovovou domněnkou, jež dává do vztahu Lieovské těleso libovolné Lieovy algebry s jistým centrálním rozšířením Weylovy algebry. Za příklad této korespondence si vezmeme Lieovské těleso Poincarého algebry. Tento případ si rozebereme poněkud podrobněji a pokusíme se na něm demonstrovat, jak lze teorii Lieovských těles s výhodou využít ke konstrukci reprezentací Lieových algeber, respektive Lieových grup.

*Využití vět o existenci a jednoznačnosti řešení diferenciálních rovnic v modelování*  
Michal Kozák

**Abstrakt:** Věty o existenci a jednoznačnosti řešení diferenciálních rovnic patří mezi základní kameny svého oboru s řadou stále nezodpovězených otázek, na jejichž odpovědích se usilovně pracuje. Cílem této přednášky je ukázat, že i takto teoretické výsledky mohou být velmi užitečné pro aplikovaného matematika pracujícího s matematickými modely. V první části shrneme obecně známé věty pro obyčejné i parciální diferenciální rovnice. V druhé části se zaměříme na třídu nenulových řešení, jejichž existenci pro konkrétní matematické modely dokážeme pomocí globální bifurkační věty.

*Kolaps membrány pod tlakem a Cheegerova množina*  
David Krejčířík

**Abstrakt:** Ukážeme, jak fyzikální úloha určit tlak, při němž dojde ke zhroucení elastické membrány, vede na zajímavý variační, čistě geometrický problém. Po zmínění obecných vlastností rozebereme explicitně řešitelné modely užitím znalostí analýzy základní školy a navrhneme otevřené problémy pro geometricky složitější objekty.

*Modelování transportu vody v palivovém článku spolu s jeho experimentálním ověřením*  
Jan Kubant

**Abstrakt:** Moje prezentace se bude týkat modelování nízkoteplotních vodíkových palivových článků. Ty jsou v poslední době podrobně studovány, protože mají mnoho zajímavých vlastností, nejsou však připraveny na masové využívání. Čelí totiž několika problémům, mezi které patří i volba vhodné elektrolytické membrány, která je zásadní součástí tohoto typu palivového článku.

Já se budu zabývat modelováním transportu vody v Nafionu, což je membrána známá už velmi dlouho, jejíž chování však stále neumíme dobře modelovat. Představím krátce experimenty, které nás inspirovali k tomu vytvořit nový model transportu, následně představím model a výsledky jeho analýzy. Závěrem pak zmíním experimenty v Centru nových technologií v Plzni a v DLR ve Stuttgartu, na kterých jsem spolupracoval a sloužily k ověřování našeho modelu.

*Rezolventa Kramers-Fokker-Planckovy rovnice*  
Radek Novák

**Abstrakt:** V této prezentaci představíme Fokker-Planckovu rovnici popisující časový vývoj hustoty pravděpodobnosti a demonstrujeme její vztah k Brownovu pohybu. Tuto rovnici dále rozšíříme zavedením externího pole působícího na částice (tzv. Kramers-Fokker-Planckova rovnice). Shrňeme některé její základní vlastnosti a zaměříme se na studium její rezolventy. Známým výsledkům pro rozvoj rezolventy poblíž hranice esenciálního spektra se budeme věnovat v situaci prostorové dimenze tři. Na závěr nahlédneme na probíhající práci vyšetřování analogických vlastností pro dimenzi jedna.

*Kvantové vlnovody s nehermitovskými hraničními podmínkami*  
Vojtěch Šmíd

**Abstrakt:** V přednášce představíme model dvoudimenzionálního kvantového vlnovodu s nehermitovskými hraničními podmínkami Robinova typu. Ukážeme si základní spektrální vlastnosti Hamiltoniánu, který popisuje částici pohybující se uvnitř vlnovodu. Na závěr nastíníme limitní případ, kdy šířka vlnovodu jde k nule.

*O Hilbertových maticích a jejich zobecněních*  
Pavel Šťovíček

**Abstrakt:** V příspěvku je stručně popsána historie nekonečnorozměrné Hilbertovy matice a zmíněny některé její zajímavé vlastnosti včetně explicitní diagonalizace v prostoru kvadraticky sčítatelných posloupností. Jako poměrně nedávný výsledek je zavedena třída maticových operátorů, které zobecňují Hilbertovu matici a rovněž připouštějí explicitní diagonalizaci.

*Bezdisperzní stavy v grafenu*

Matěj Tušek

**Abstrakt:** Po krátkém úvodu do direktního integrálu si představíme třídu kvantových Hamiltoniánů, které připouští stavy, jež se v čase posouvají konstantní nenulovou rychlostí, přičemž jejich amplituda zůstává zachována. Příkladem uvedeme Hamiltonián popisující jistou konfiguraci grafenu. Jsou-li zkoumané stavy fyzikálně realizovatelné, okamžitě se nabízí jejich využití coby prostředku k přenosu informace.

*Repér definovaný paralelním přenosem pro křivky v libovolné dimenzi aneb Repéry pro všechny!*

Kateřina Zahradová

**Abstrakt:** Na začátku si zrekapitulujeme známé typy repérů a jejich použití. Následně zobecníme repér definovaný paralelním přenosem, který byl dosud zaveden jen ve třech dimenzích, pro křivky v libovolné dimenzi. Na závěr uvedeme několik příkladů, vizualizací a možných aplikací.