

Spektrální analýza Hilbertovy a podobných matic

Pavel Šťovíček

Katedra matematiky FJFI
České vysoké učení technické v Praze

Abstrakt

Známa Hilbertova matice $\mathbf{H}(\theta)$ v zobecněném tvaru má prvky

$$\mathbf{H}(\theta)_{jk} = \frac{1}{j + k - 1 + \theta}$$

a uvažuje se jako operátor na $\ell^2(\mathbb{N})$. Zde θ je reálný parametr. Úplné řešení spektrálního problému pro $\mathbf{H}(\theta)$ našel M. Rosenblum v roce 1958. V našem příspěvku popisujeme alternativní způsob diagonalizace $\mathbf{H}(\theta)$ založený na nalezení komutující Jacobiho matice $\mathbf{T}(\theta)$. Dále diskutujeme spektrální vlastnosti podobného maticového operátoru \mathbf{B} s prvky

$$\mathbf{B}_{jk} = \frac{\sqrt{jk}}{(j+k)^2},$$

který je někdy nazýván Bergmanovou-Hilbertovou maticí. Ukazuje se, že maticové operátory podobného tvaru a charakteru vyvstávají v analýze kvantového elipsoidálního kulečnicku se dvěma toky Aharonova-Bohma v ohniscích.