



Analytická řešení nefickovské difuze

školitel: Václav Klika, konzultant: Michal Kozák

typ práce: bakalářská/diplomová

popis tématu:

Fickův zákon difuze (stejně jako Fourierův zákon vedení tepla), $\mathbf{j}_{D_\alpha} = D_\alpha \nabla c_\alpha$, kde c_α je koncentrace, D_α je difuzní konstanta a \mathbf{j}_{D_α} je difuzní tok, je za jistých předpokladů dobrým modelem transportních procesů v prostředí [1]. Navíc lze v tomto případě analyticky spočítat řešení difuzní rovnice (rovnice vedení tepla) s bodovým zdrojem, tzv. fundamentální řešení (viz předmět MMF/RMF) [6, 7]. Jednou jeho vlastností je nereálnost rychlosti šíření informace prostorem (nekonečná rychlost).

Předmětem této práce je shromáždit známá (ideálně i neznámá) analytická řešení difuzní rovnice pro nekonstantní závislost difuzní konstanty na koncentraci, umět tato řešení spočítat a porozumět metodám řešení. Například je známo analytické řešení pro $\mathbf{j}_{D_\alpha} = D_\alpha c_\alpha^m \nabla c_\alpha$, které vykazuje zcela odlišné kvalitativní chování od fickovské difuze, a sice konečnou rychlost šíření čela difuzní vlny [4, 3]. Tuto úlohu lze úspěšně řešit v rámci studia symetrií diferenciálních rovnic, což je velmi silný a obecný nástroj pro analytická řešení diferenciálních rovnic [2, 5]. V neposlední řadě budeme zkoumat analytická řešení smíšených úloh (zadaná okrajová i počáteční podmínka) v těchto problémech pomocí integrálních transformací.

Student v průběhu řešení této práce získá přehled a zručnost v analytickém hledání řešení obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic, seznámí se se základy nerovnovážné termodynamiky kontinua pro získávání evolučních rovnic uvažovaného problému a naučí se pracovat v matematickém prostředí (Mathematica).

doporučená literatura:

- [1] SR De Groot and P Mazur. *Non-equilibrium thermodynamics*. Dover Publications, 2013.
- [2] Peter E Hydon. *Symmetry methods for differential equations: a beginner's guide*, volume 22. Cambridge University Press, 2000.
- [3] Mark Kot. *Elements of mathematical ecology*. Cambridge University Press, 2001.
- [4] JD Murray. *Mathematical biology*, volume 2. springer, 2002.
- [5] Peter J Olver. *Applications of Lie groups to differential equations*, volume 107. Springer, 2000.
- [6] Laurent Schwartz. *Mathematics for the physical sciences*. New York, 1966.
- [7] Vasilij S Vladimirov. *Equations of mathematical physics*. Moscow Izdatel Nauka, 1, 1976.