

Konstrukce klasických ortogonálních polynomů v diskrétní proměnné

Zdeněk Kabát

čtvrtek 7.4.2011, 9:30, T-112

Abstrakt: V matematickém modelování a matematické fyzice je velmi častým typem řešené úlohy diferenciální rovnice hypergeometrického typu

$$\sigma(x)y'' + \tau(x)y' + \lambda y = 0$$

přičemž $\sigma(x)$ a $\tau(x)$ jsou polynomy stupně nejvýše 2, resp. 1. Již dlouho je známo, že tato rovnice má jako speciální řešení posloupnosti klasických ortogonálních polynomů - Hermiteovy, Laguerrovy a Jacobiho [1]. V přednášce předvedeme obdobnou klasifikaci polynomiálních řešení diferenční rovnice

$$\sigma(x)\Delta\nabla y + \tau(x)\Delta y + \lambda y = 0,$$

kde $\Delta f(x) = f(x+1) - f(x)$ a $\nabla f(x) = f(x) - f(x-1)$. Ukáže se, že jejich ortogonalita je dána pomocí čistě skokové míry, která má navíc v některých případech tvar distribučních funkcí k jistým pravděpodobnostním rozdělením. Konstrukce následuje teorii z knihy [2].

[1] Bochner S., Über Sturm-Liouvillesche polynomsysteme, *Math. Zeit.* 29 (1929)

[2] Nikiforov A.F., Suslov S.K., Uvarov V.B, *Classical Orthogonal Polynomials of a Discrete Variable*, Springer-Verlag, New York, 1991